

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ, АВТОМАТИКИ
И ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

6

ТРУДЫ

XVIII МЕЖДУНАРОДНОГО НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОГО СЕМИНАРА

Посвящается 80-летию МАИ



ФОНД СОДЕЙСТВИЯ РАЗВИТИЮ

малых форм предприятий в научно-технической сфере

Алушта сентябрь 2009 г.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕСТОВ НА НАЛИЧИЕ ТРЕНДА В УСЛОВИЯХ КОРРЕЛИРОВАННОСТИ ТЕСТИРУЕМЫХ ДАННЫХ

Research tests of randomness under conditions of correlated data under test

Попов И.О., Филаретов Г.Ф.

Московский энергетический институт (технический университет)

Попов И.О. – студент каф. управления и информатики, науч. рук. профессор Филаретов Г. Ф.

Аннотация

Рассматриваются поведения критериев независимости отсчетов при тестировании коррелированных процессов на наличие тренда в условиях малого объема выборки методами имитационного моделирования. Приводятся рекомендации по повышению мощности критериев при тестировании процессов, близких к процессам скользящего среднего первого порядка. Исследуются критерии серий, инверсий, поворотных точек и Аббе.

Как известно, указанные критерии используются для проверки гипотезы о независимости наблюдений временного ряда, и их описание может быть найдено в литературе, например в [Л]. Для применения каждого из них необходимо на основе представленных отсчетов вычислить числовое значение критерия, параметры распределения которого в случае независимых отсчетов известны [Л], и путем сравнения с пороговыми значениями, вычисляемыми на основе уровня значимости, принять решение о возможности появления полученного экспериментального значения в теоретическом распределении. Падение экспериментального значения в критическую область может являться косвенным признаком наличия тренда в исследуемом ряде наблюдений.

Для проведения исследований в ППП Matlab был написан скрипт, позволяющий генерировать тестовые данные и проверять их на наличие тренда с помощью указанных критериев. Для проверки модели на работоспособность был поставлен эксперимент по тестированию процессов типа «белый шум», в условиях отсутствия тренда при длинах реализации 50 и 100 отсчетов. Затем для оценки степени влияния на результаты коррелированности отсчетов аналогичный эксперимент был проведен для процесса скользящего среднего первого порядка. Автокорреляционная функция такого процесса имеет всего два значимых отсчета. Исследования проводились для случаев $R(1) = 0.5R(0)$ и $R(1) = 0.25R(0)$. Было выявлено, что результатом коррелированности отсчетов исследуемого ряда является увеличение вероятности ошибочного диагностирования тренда при его отсутствии вплоть до 100%.

Для осуществления коррекции производилась оценка кривой зависимости относительного смещения параметров распределения статистики каждого из критериев от значения $R(1)$ процесса скользящего среднего первого порядка. Эксперимент показал, что математическое ожидание статистики критерия инверсий практически не изменяется; однако его дисперсия для ряда значений $R(1)$ увеличивается. Для остальных критериев отмечено смещение математического ожидания и небольшое уменьшение дисперсии. Выявлено также незначительное изменение характера кривых с изменением длины реализации. Произведена аппроксимация полученных зависимостей для длины реализации 50 отсчетов полиномами 3-го порядка. В результате получены формулы для пересчета граничных значений s_l и s_r . Для критерия серий $s'_r = s_r + m_s(0.3908x^3 - 0.009221x^2 - 0.5755x)$ и $s'_l = s_l + m_s(0.3908x^3 - 0.009221x^2 - 0.5755x)$. Для критерия инверсий формулы имеют вид $s'_r = s_r + \sigma_s(-0.3947x^3 - 0.3207x^2 + 0.8763x)\Phi^{-1}(\alpha/2)$ и $s'_l = s_l + \sigma_s(-0.3947x^3 - 0.3207x^2 + 0.8763x)\Phi^{-1}(1-\alpha/2)$. Для критерия поворотных точек $s'_r = s_r + m_s(0.0924x^3 - 0.1722x^2 - 0.2771x)$ и $s'_l = s_l + m_s(0.0924x^3 - 0.1722x^2 - 0.2771x)$. Для критерия Аббе $s'_r = s_r + m_s(0.6469x^3 - 0.01516x^2 - 0.9106x)$ и $s'_l = s_l + m_s(0.6469x^3 - 0.01516x^2 - 0.9106x)$. В приведенных формулах s'_r, s'_l, s_r, s_l – пересчитанные и исходные граничные значения, m_s, σ_s – математическое ожидание и СКО значения исходного критерия, $\Phi^{-1}(x)$ – функция, обратная функции Лапласа, α – уровень значимости, x – отношение $R(1)/R(0)$.

Для анализа качества коррекции проведены эксперименты по диагностированию наличия аддитивных линейного и синусоидального трендов на фоне процесса скользящего среднего первого порядка. Высота подъема тренда в конце реализации (амплитуда) β изменялась от 0 (соответствует отсутствию тренда) до σ – СКО процесса. Длина реализации 50 отсчетов. Оценки мощности критериев, полученные в результате, позволяют рекомендовать использовать модифицированный критерий инверсий как наиболее чувствительный к появлению указанных видов тренда и обладающий наибольшей мощностью.

Список литературы

Л. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 471с